

**PROGRAMMING SUPPORT AND ALGORITHMIC  
LANGUAGE FOR VALIDATING COMPUTATIONS  
ON ES (IBM 360/370) SERIES COMPUTER**

Galina D. Pankova

Software for strict conclusion and substantiation of mathematical propositions by means of a computer is submitted. Interval analysis is used as a theoretical basis. The user environment is OS ES (OS 360/370).

**ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ  
И АЛГОРИТМИЧЕСКИЙ ЯЗЫК  
ДЛЯ ДОКАЗАТЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ НА ЕС ЭВМ  
(IBM 360/370)**

Г.Д. Панкова

Представлено программное обеспечение для строгого вывода и обоснования математических утверждений с использованием ЭВМ. В качестве теоретической основы используется интервальный анализ. Операционной средой является ОС ЕС.

Предлагаемое программное обеспечение предназначено для строгого вывода и обоснования математических утверждений с помощью ЭВМ в теоретических и практических задачах. Теоретической основой для построения данного программного обеспечения является интервальный анализ [1]. Операционной средой

является ОС ЕС.

*Предметной областью* являются утверждения, которые можно свести к оценкам непрерывных функций на ограниченных областях [2]. Потребность в доказательстве таких утверждений, слишком сложных для поиска выводов обычными методами, возникает в таких разделах теоретической математики, как математический анализ, теория дифференциальных уравнений, геометрия, теория функций и т.д.

*Функциональное наполнение* состоит из трехуровневого набора программ:

- подпрограмм интервального анализа, написанных на языке Ассемблер в виде программных модулей типа функций [3,4];
- алгоритмов, написанных на языке **ФОРТРАН** с использованием машинных интервальных операций, предназначенных для выдвижения гипотез о точном значении констант [5] и решения основных задач доказательных вычислений [6] и алгоритмов для решения отдельных задач, возникающих в различных разделах математики;
- препроцессора для входного языка.

*Системное наполнение* представляет собой каталогизированную процедуру, написанную на языке управления заданиями в ОС ЕС.

*Язык заданий пакета INFFOR* является модификацией языка **ФОРТРАН IV**, допускающей использование интервальных величин, действий над ними и доказательную печать их значений.

### Функциональное наполнение

Машинные интервальные операции, составляющие функциональное наполнение, реализованы на ЭВМ в двух вариантах: отведением под границы интервальных величин по 4 байта для задания границ действительными числами двойной точности и по 8 байтов для задания границ действительными числами одинарной точности. Тогда запись интервальной величины в памяти ЭВМ занимает соответственно 8 или 16 байтов, но на уровне входного

языка интервал рассматривается как цельный объект.

Приведем форму обращения и назначение машинных интервальных операций. Обозначим  $G \dots$  – машинные интервалы,  $R \dots$  – машинные действительные числа,  $I \dots$  – целые числа.

Обращение	Назначение
$GP(R1, R2)$	Формирование интервального числа $[R1, R2]$
$GPI(I1, I2)$	Формирование интервального числа $[I1, I2]$
$GR(R)$	Формирование интервального числа $[R, R]$
$GI(I)$	Формирование интервального числа $[I, I]$
$RI(I)$	Преобразование целого числа в действительное
$RL(G)$	Выделение нижней границы интервального числа $G : G_-$
$RM(G)$	Выделение верхней границы интервального числа $G : G_+$
$GRL(G)$	Формирование интервального числа на нижней границе $G : [G_-, G_-]$
$GRM(G)$	Формирование интервального числа на верхней границе $G : [G_+, G_+]$
$GHL(G)$	Выделение нижней половины $G : [G_-, (G_- + G_+)/2]$
$GHM(G)$	Выделение верхней половины $G : [(G_- + G_+)/2, G_+]$
$GAL(G)$	Формирование интервального числа на ближайшей к нулю точке $G : [G_-, G_-]$ или $[0, 0]$ или $[G_+, G_+]$
$ISG(G1, G2)$	Получение целой константы для определения знака разности $G1$ и $G2$ : -1, если $G1$ меньше $G2$ 0, если пересечение не пусто +1, если $G1$ больше $G2$ .

$ISN(G)$	Получение целой константы для определения знака интервального числа: -1, если $G$ меньше 0 0, если 0 принадлежит $G$ +1, если $G$ больше 0.
$IMP(G1, G2)$	Получение целой константы для определения вложения (импликации): -1, если $G1 \subseteq G2$ +1, если $G1 \cap G2 = \emptyset$ . 0, в остальных случаях
$GUN(G1, G2)$	Представление внешним интервалом $G1 \cup G2$ .
$GIS(G1, G2)$	Пересечение $G1$ и $G2$ , если оно не пусто.

Интервальное расширение математических функций:

$GABS(G)$	абсолютной величины $G$
$GMIN(G1, G2)$	минимума $G1$ и $G2$
$GMAX(G1, G2)$	максимума $G1$ и $G2$
$GSQRT(G)$	корня квадратного из $G$
$GSIN(G)$	синуса $G$
$GCOS(G)$	косинуса $G$
$GLOG(G)$	логарифма $G$
$GEXP(G)$	экспоненты $G$

---

### Встроенные функции

---

$GC(R1, R2)$	Деление действительных чисел $R1 \geq 0$ и $R2 > 0$ : $[[R1/R2]_-, [R1/R2]_+]$ в формировании интервальных констант по записи $I1; I2$ ( $R1 = I1 * 10^{**K} + I2$ , $R2 = 10^{**K}$ ) где $K$ количество цифр в $I2$
$GN(G)$	Перемена знака интервального числа $G$ по записи $-G$
$GA(G1, G2)$	Сумма интервальных чисел

$GS(G1, G2)$	$G1$ и $G2$ по записи $G1 + G2$ Разность интервальных чисел $G1$ и $G2$ по записи $G1 - G2$
$GM(G1, G2)$	Произведение интервальных чисел $G1$ и $G2$ по записи $G1 * G2$
$GW(G, I)$	Возведение интервального числа $G$ в неотрицательную целую степень $I$ ( $I \geq 0$ ) по записи $G ** I$
$GT(R1, R2)$	Умножение действительных чисел $R1 \geq 0$ и $R2 > 0$ : [[ $R * R2$ ] <sub>-</sub> , [ $R1 * R2$ ] <sub>+</sub> ]
$RLP(G, I)$	Вычисление нижней границы $G$ , кратной $10^{-I}$ :
$RMP(G, I)$	Вычисление верхней границы $G$ , кратной $10^{-I}$ : по записи $PRINT \dots G.I$

---

### Алгоритмы

---

$GSUP(F, C, ND, N, W, IP, NP)$	Определение максимума функции $F$ по области $C$
$GINF(F, C, ND, N, W, IP, NP)$	Определение минимума функции $F$ по области $C$
$IPRFA(IT, C, ND, IP)$	Доказательство утверждения, для которого $IT$ является индикаторной функцией в области $C$

где обозначено

$F$  – интервальная функция и

$IT$  – индикаторная функция от аргумента – интервального вектора:

$IT(G) = 1$ , если утверждение в  $G$  доказано;

$IT(G) = 0$ , при неопределенности;

$C$  – область определения  $F$  или  $IT$ ,

$ND$  – размерность области  $C$  ( $ND \leq 7$ ),

$N$  – количество шагов,

$W$  – требуемая точность,

$IP$  – показатель печати:

0, не печатать ничего;

1, печатать окончательные результаты;

2, печатать окончательные результаты  
и промежуточные;

$NP$  – (если  $IP = 2$ ) через сколько шагов печатать промежуточные результаты.

**ПРИМЕЧАНИЕ:** При использовании  $GSUP$ ,  $GINF$  или  $IPRFA$  в вызывающей программной единице необходимо наличие операторов

$EXTERNAL$

имя функции  $F$  или  $IT$

$DIMENSION$

имя области  $C(7)$

$IZEROS(IS, IS1, A, N, IP)$

Определение количества  
простых нулей функции  
скалярного аргумента

где обозначено

$IS$  – индикаторная функция знака функции,

$IS1$  – индикаторная функция знака производной функции,

$A$  – область определения функции,

$N$  – количество шагов,

$W$  – требуемая точность,

$IP$  – показатель печати

$CALL INREGN(G)$

Распознавание образа интервального числа: поиск рационального или квадратично-иррационального числа с малыми целочисленными компонентами содержащегося в  $G$ .

Препроцессор входного языка **INFFOR** является преобразующей программой, написанной на алгоритмическом языке ПЛ/1, и предназначен для преобразования исходного модуля с языка **INFFOR** в соответствующий модуль для транслятора **ФОРТРАН**

IV (с использованием машинных интервальных операций) и его последующей трансляции.

При своем выполнении препроцессор реализует следующее:

1. Задаёт определение машинных интервальных чисел длиной в двойное слово во всех программных единицах добавлением оператора неявного описания типа *IMPLICIT REAL \* 8(A - H)*

2. Производит преобразования

– записей интервальных констант в соответствующие записи через машинные интервальные операции;

– (инфиксных) записей арифметических операций над интервалами в соответствующие (функциональные) записи через машинные интервальные арифметические операции в порядке приоритета их выполнения;

– записей операторов печати интервальных переменных: по оператору вида *PRINT m, G.K* получаем *PRINT m, RLP(G, K), RMP(G, K)*, где *G* – идентификатор интервальной переменной, *K* – число десятичных знаков после точки, отделяющей целую часть числа от дробной, *m* – метка соответствующего оператора *FORMAT*, в котором для интервальной переменной должны задаваться два спецификатора типа вида *Fp.K, Fp.K*.

3. При преобразовании производится контроль на синтаксическую правильность операторов входного языка и

– при отсутствии синтаксических ошибок формируется задание для трансляции полученного преобразованного модуля транслятором **ФОРТРАН IV**;

– в противном случае на печать выдаются сообщения о соответствующих ошибках.

Результат работы препроцессора скрыт от пользователя (выполняемые им преобразования не выдаются на листинг).

## Язык INFFOR

Описываемый пакет предназначен для строгого доказательства математических утверждений на ЭВМ серии ЕС. С этой

целью он позволяет

– приближенные действительные исходные данные заключать в машинные интервальные числа, которые гарантированно содержат истинные значения заданных величин;

– обеспечивать гарантированную связь между записью математического действия на входном языке и полученным в ЭВМ результатом.

Этот пакет применяется

– либо когда величины, участвующие в доказываемом утверждении, имеют аналитическое выражение, но оно слишком сложно для исследования его обычными (без использования ЭВМ) аналитическими методами;

– либо когда нет аналитического выражения, но имеется вычислительный алгоритм.

Опишем синтаксис языка **INFFOR**.

Алфавит, кроме стандартного алфавита **ФОРТРАНа IV**, включает символ  $\odot$ .

Для описания интервального типа используется только принцип умолчания, для других типов – только неявное описание для идентификаторов, начинающихся с букв  $J - N$ ,  $O - Q$ ,  $S - Z$ .

Интервальное число может быть константой, переменной, элементом интервального массива.

Интервальная константа представляется последовательностью не более 7 десятичных цифр и точки-с-запятой, разделяющей целую и дробную части числа. Точка-с-запятой обязательна, а целая или дробная части могут отсутствовать. Нулевой интервал записывается в виде 0;

Интервальные переменные и интервальные массивы задаются идентификаторами, первая буква которых является одной из  $A, B, C, D, E, F, H$  и начало не совпадает с ключевыми словами **ФОРТРАНа IV** (начальная буква  $G$  используется для библиотечных подпрограмм, поэтому не рекомендуется ее использовать).

Значения интервальных переменных и интервальных массивов



могут задаваться

- операцией формирования или другой интервальной операцией над действительными числами;
- присвоением значения интервальной константы;
- арифметическими или другими интервальными операциями над интервальными числами.

Над интервальными числами могут производиться

- арифметические интервальные операции:
  - одноместная: перемена знака;
  - двуместные: возведение в целую степень, умножение, деление, сложение, вычитание;
- библиотечные машинные интервальные операции.

Ключевые слова, обозначения для логических операций и логические выражения в скобках должны иметь по одному пробелу с каждой стороны. В других случаях пробелы внутри текста не допускаются. Перенос в операторах, содержащих интервальные операции, не допускается.

### Литература

1. Калмыков С.А., Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х. Методы интервального анализа. – Новосибирск: Наука, 1986.
2. Панков П.С. Доказательные вычисления на электронных вычислительных машинах. – Фрунзе: Илим, 1978.
3. Панкова Г.Д. Пакет программ интервальной арифметики для ЕС ЭВМ. – Госфонд алгоритмов и программ СССР, П003509. – Аннот.: Алгоритмы и программы (ВНТИЦ). – 1979. – N2(28). – с.12.
4. Панкова Г.Д. Комплекс программ для доказательных вычислений на ЕС ЭВМ. / Кирг. гос. ун-т. – Фрунзе, 1980. – 58с. Деп. в ВИНТИ 16.08.80, N2392-80.
5. Панкова Г.Д. Применение интервального анализа к распознаванию образов чисел // Математические методы теории систем. – 1979. – Вып.1. – Фрунзе: Изд. КГУ. – с.112–114
6. Панков П.С., Баячорова Б.Д., Югай С.А. Доказательные вычисления

на ЭВМ и результаты их применения в различных разделах математики  
// Кибернетика. - 1982. - №6 - с.111-124.

Республика Кыргызстан,  
720021, Бишкек,  
ул.Белинского, д.101,  
Кырг. гос. ун-т,  
фак-т информатики и  
прикладной математики

Department of Informatics  
and Applied Mathematics  
Kyrgyzian State University  
Belinskogo 101  
Bishkek 720021  
Republic Kyrgyzstan